

信号与系统

第5章 离散时间信号与系统的时域分析

主讲人：张锦皓 Roger

课件制作：张锦皓 Roger

第5章 离散时间信号与系统的时域分析

5.1 系统差分方程的经典解

5.2 零输入响应与零状态响应

5.3 单位序列响应与单位阶跃响应

5.4 卷积和

5.1 系统差分方程的经典解

差分方程的基本概念

差分方程的经典解

■ 差分方程的基本概念

对于单输入单输出的LTI离散系统来说，描述其输入-输出关系的数学模型是 n 阶常系数线性差分方程，本课程采用**后向差分方程**，其一般形式为：

$$y(k) + a_{n-1}y(k-1) + \cdots + a_0y(k-n) = b_me(k) + \cdots + b_0e(k-m) \quad n \geq m$$

$n \geq m$ 是为了保证系统响应在激励瞬间或者之后产生，保证因果性。

方程/系统阶数： 指未知变量最高序号与最低序号的差。

➤ **初始条件：** n 阶系统在 $k = 0$ 时接入激励后的响应值。

$y(0), y(1), \cdots, y(n-1)$ 激励接入后

➤ **初始状态：** n 阶系统在激励尚未接入前的响应值。

$y(-1), y(-2), \cdots, y(-n)$ 激励接入前

■ 差分方程的经典解

齐次解 $y_h(k)$

- 差分方程右侧为零时称为齐次方程，即 $\sum_{i=0}^n a_{n-i}y(k-i)=0$ 。
- 齐次解指齐次方程的解，只由系统的特征根决定。

n 阶差分方程的齐次解

$$y(k) + a_{n-1}y(k-1) + \cdots + a_0y(k-n) = 0$$



特征方程

$$\lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \cdots + a_1\lambda + a_0 = 0$$

特征根 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$

- 特征根均为单根： $y_h(k) = C_1(\lambda_1)^k + C_2(\lambda_2)^k + \cdots + C_n(\lambda_n)^k$
- 特征根含 r 重根 λ_1 ： r 重根对应 $(C_1k^{r-1} + C_2k^{r-2} + \cdots + C_{r-1}k + C_r)(\lambda_1)^k$
- 特征根含共轭复根 $\lambda_{1,2} = \rho e^{\pm j\Omega}$ ：共轭复根对应的解为

$$[C_1 \cos(\Omega k) + C_2 \sin(\Omega k)]\rho^k \text{ 或 } A\rho^k \cos(\Omega k - \theta), Ae^{j\theta} = C_1 + jC_2$$

■ 差分方程的经典解

特解 $y_p(k)$ 特解的形式与激励的函数形式有关。

下表给出几种典型激励信号对应的特解形式。

激励信号 $e(k)$	特解 $y_p(k)$
E (常数)	P (常数) (所有特征根不为 1)
k^m	$P_m k^m + P_{m-1} k^{m-1} + \cdots + P_1 k + P_0$ (所有特征根不为 1) $k^r [P_m k^m + P_{m-1} k^{m-1} + \cdots + P_1 k + P_0]$ (有 r 个为 1 的特征根)
a^k	Pa^k (a 不等于特征根) $(P_1 k + P_0)a^k$ (a 等于一个特征根) $(P_r k^r + P_{r-1} k^{r-1} + \cdots + P_1 k + P_0)a^k$ (a 等于 r 重特征根)
$\cos(\beta k), \sin(\beta k)$	$P_1 \cos(\beta k) + P_2 \sin(\beta k)$ 或 $A \cos(\beta k - \theta), Ae^{j\theta} = P_1 + jP_2$

根据激励的形式选定含待定系数的特解，将特解和激励代入原差分方程中，比较方程两端的系数可确定待定系数大小。

激励在 $k=0$ 时刻加入系统，故特解存在区间为 $k \geq 0$ 。

■ 差分方程的经典解

全解 $y(k)$

- 将特解与齐次解相加就得到全解。
- 此时齐次解中尚含待定系数 C_i ， n 阶差分方程需利用 n 个初始条件 $y(0), y(1), \dots, y(n-1)$ 确定之。

经典解法流程图

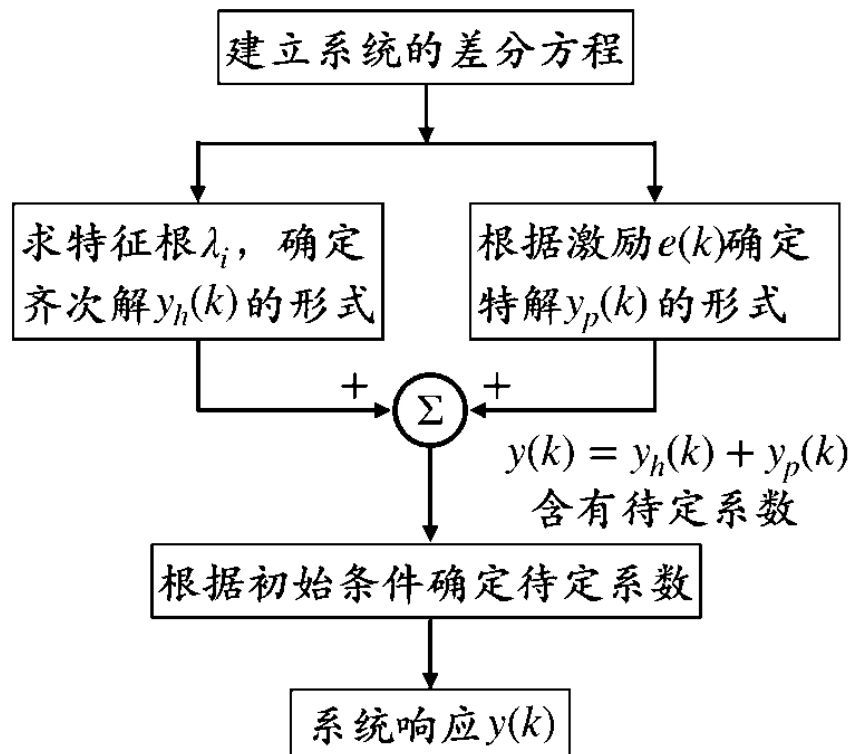
$$y(k) = \underline{y_h(k)} + \underline{y_p(k)}$$

齐次解

特解

自由响应

强迫响应



例题1

某LTI离散系统的差分方程为 $y(k) + 4y(k-1) + 4y(k-2) = e(k)$

当 $e(k) = 2^k \varepsilon(k)$, $y(0) = 0, y(1) = -1$ 时, 求解系统全响应。

■ 差分方程的经典解

补充说明

- 若题目给定的是系统差分方程和初始状态，则初始条件可通过差分方程的迭代求得。

例如：差分方程 $y(k) - y(k-1) - 2y(k-2) = e(k)$ ，激励 $e(k) = \varepsilon(k)$

初始状态 $y(-1) = 2, y(-2) = -1/2$ ，求初始条件 $y(0), y(1)$ 。

$$y(k) = y(k-1) + 2y(k-2) + e(k)$$

则初始条件：

$$\begin{cases} y(0) = y(-1) + 2y(-2) + e(0) = 2 + 2 \times (-1/2) + 1 = 2 \\ y(1) = y(0) + 2y(-1) + e(1) = 2 + 2 \times 2 + 1 = 7 \end{cases}$$

5.2 零输入响应与零状态响应

零输入响应

零状态响应

系统全响应

求解思路总结

■ 零输入响应 zero input

零输入响应 $y_{zi}(k)$

- 零输入响应指的是在激励为零时，仅由初始状态引起的响应。
- 由于激励为零，因此 $y_{zi}(k)$ 对应齐次方程 $\sum_{i=0}^n a_{n-i} y(k-i) = 0$ 。
- 零输入响应由特征根决定，形式为齐次解。当特征根均为单实根时，零输入响应的形式为

$$y_{zi}(k) = \sum_{i=1}^n C_{xi} \lambda_i^k, k \geq 0$$

- 确定待定系数 C_{xi} ：由初始状态 $y(-1), y(-2), \dots, y(-n)$ 直接确定，也可以利用齐次方程迭代求得零输入初始条件 $y_{zi}(0), y_{zi}(1), \dots, y_{zi}(n-1)$ ，两种方法等价。

■ 零状态响应 zero state

零状态响应 $y_{zs}(k)$

- 零状态响应指的是在初始状态为零时，仅由激励引起的响应。
- 此时 $y_{zs}(k)$ 对应非齐次方程 $\sum_{i=0}^n a_{n-i} y(k-i) = \sum_{j=0}^m b_{m-j} e(k-j) \quad n \geq m$
- 零状态响应包含相应的齐次解和特解两部分。当特征根均为单实根时，零状态响应的形式为

$$y_{zs}(k) = \sum_{i=1}^n C_{si} \lambda_i^k + y_p(k) \quad k \geq 0$$

- 确定待定系数 C_{si} : 由零状态初始条件 $y_{zs}(0), y_{zs}(1), \dots, y_{zs}(n-1)$ 确定。

在 $y_{zs}(-1) = y_{zs}(-2) = \dots = y_{zs}(-n) = 0$ 时，通过差分方程的迭代求得。

■ 全响应

全响应 $y(k)$ $y(k) = y_{zi}(k) + y_{zs}(k)$

$$y(k) = \underbrace{\sum_{i=1}^n C_i \lambda_i^k}_{\text{齐次解 (自由响应)}} + \underbrace{y_p(k)}_{\text{特解 (强迫响应)}} = \underbrace{\sum_{i=1}^n C_{xi} \lambda_i^k}_{\text{零输入响应}} + \underbrace{\sum_{i=1}^n C_{si} \lambda_i^k + y_p(k)}_{\text{零状态响应}}$$

齐次解 (自由响应) 特解 (强迫响应)

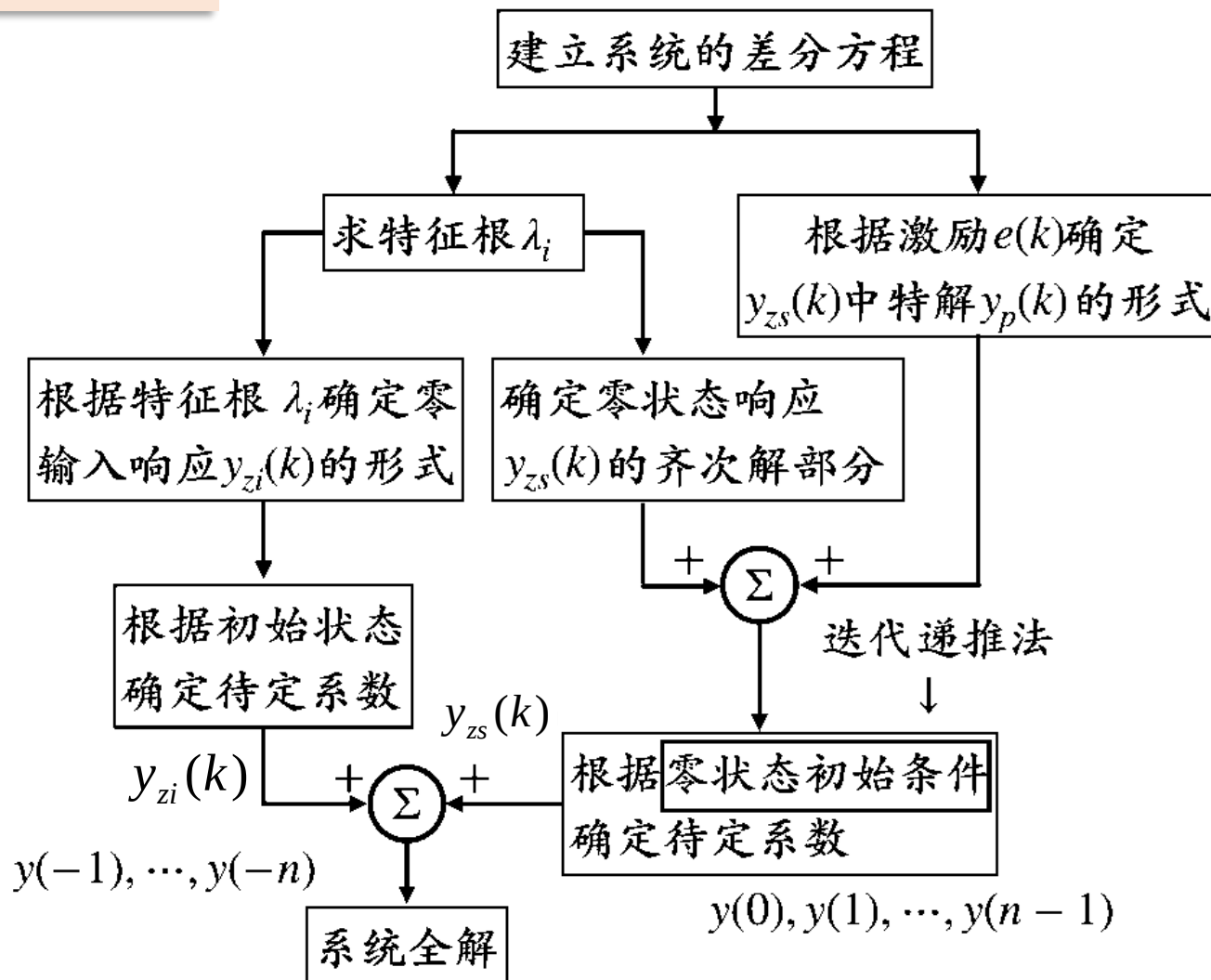
齐次解 特解 零输入响应 零状态响应

(自由响应) (强迫响应)

- **辨析：** 待定系数 C_{xi} , C_{si} 与齐次解待定系数 C_i 的区别。
- 零输入响应包含一部分齐次解，零状态响应包含另一部分齐次解以及特解，待定系数满足 $C_i = C_{xi} + C_{si}$ 。

■ 求解思路总结

时域分析流程图



例题2

某LTI离散系统差分方程为 $y(k) - y(k-1) - 2y(k-2) = e(k)$ ，初始状态 $y(-1) = 2, y(-2) = -1/2$ ，激励 $e(k) = \varepsilon(k)$ ，求系统的零输入响应 $y_{zi}(k)$ ，零状态响应 $y_{zs}(k)$ 与全响应 $y(k)$ 。

例题3

将例2中的方程改为 $y(k) - y(k-1) - 2y(k-2) = 2\varepsilon(k-2)$ ，初始状态仍为 $y(-1) = 2$, $y(-2) = -1/2$ ，求此时系统的零输入响应 $y_{zi}(k)$ ，零状态响应 $y_{zs}(k)$ 与全响应 $y(k)$ 。

$$\text{上例: } \begin{cases} y(k) - y(k-1) - 2y(k-2) = \varepsilon(k) \\ y(-1) = 2, \quad y(-2) = -1/2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_{zi0}(k) = [-(-1)^k + 2(2)^k] \varepsilon(k) \\ y_{zs0}(k) = \left[\frac{1}{6}(-1)^k + \frac{4}{3}(2)^k - \frac{1}{2} \right] \varepsilon(k) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y(k) - y(k-1) - 2y(k-2) = 2\varepsilon(k-2) \\ y(-1) = 2, \quad y(-2) = -1/2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_{zi}(k) = y_{zi0}(k) \\ y_{zs}(k) = 2y_{zs0}(k-2) \end{cases}$$

$$y_{zi}(k) = [-(-1)^k + 2(2)^k] \varepsilon(k)$$

$$y_{zs}(k) = 2 \left[\frac{1}{6}(-1)^{k-2} + \frac{4}{3}(2)^{k-2} - \frac{1}{2} \right] \varepsilon(k-2) = \left[\frac{1}{3}(-1)^k + \frac{2}{3}(2)^k - 1 \right] \varepsilon(k-2)$$

例题3

将例2中的方程改为 $y(k) - y(k-1) - 2y(k-2) = 2\varepsilon(k-2)$ ，初始状态仍为 $y(-1) = 2$, $y(-2) = -1/2$ ，求此时系统的零输入响应 $y_{zi}(k)$ ，零状态响应 $y_{zs}(k)$ 与全响应 $y(k)$ 。

$$y_{zi}(k) = \left[-(-1)^k + 2(2)^k \right] \varepsilon(k)$$

$$\begin{cases} f(k)\delta(k) = f(0)\delta(k) \\ f(k)\delta(k-k_0) = f(k_0)\delta(k-k_0) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y_{zs}(k) &= \left[\frac{1}{3}(-1)^k + \frac{2}{3}(2)^k - 1 \right] \varepsilon(k-2) = \left[\frac{1}{3}(-1)^k + \frac{2}{3}(2)^k - 1 \right] [\varepsilon(k) - \delta(k) - \delta(k-1)] \\ &= \left[\frac{1}{3}(-1)^k + \frac{2}{3}(2)^k - 1 \right] \varepsilon(k) \quad y(k) = y_{zi}(k) + y_{zs}(k) = \left[-\frac{2}{3}(-1)^k + \frac{8}{3}(2)^k - 1 \right] \varepsilon(k) \end{aligned}$$

➤ **评注：**若方程右侧存在激励的移位与线性组合，可利用线性时不变性质求解零状态响应。此外，由于激励在 $k = 2$ 时刻接入，则 $y(0)$ ， $y(1)$ 也可视为初始状态，此时 $y_{zs}(k)$ 满足 $y_{zs}(0) = y_{zs}(1) = 0$ 。

5.3 单位序列响应与单位阶跃响应

单位序列响应

单位阶跃响应

$h(k)$ 与 $g(k)$ 的关系

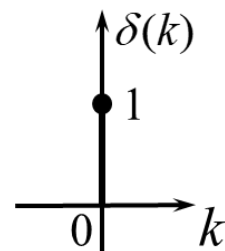
■ 单位序列响应 $h(k)$

单位序列响应的定义



激励为单位序列 $\delta(k)$ 时，LTI系统的零状态响应称为单位序列响应，记为 $h(k)$ ，也称单位样值响应/单位脉冲响应。

$$h(k) \triangleq T \left[\{x(0) = 0\}, \{e(k) = \delta(k)\} \right]$$



单位序列响应的求解

- 方程右侧**仅有 $\delta(k)$** ：当 $k > 0$ 时，方程右侧为 0，特解为 0。

设特征根均为单根，则： $h(k) = C_1 \lambda_1^k + C_2 \lambda_2^k + \cdots + C_n \lambda_n^k$, $k \geq 0$ **齐次解**

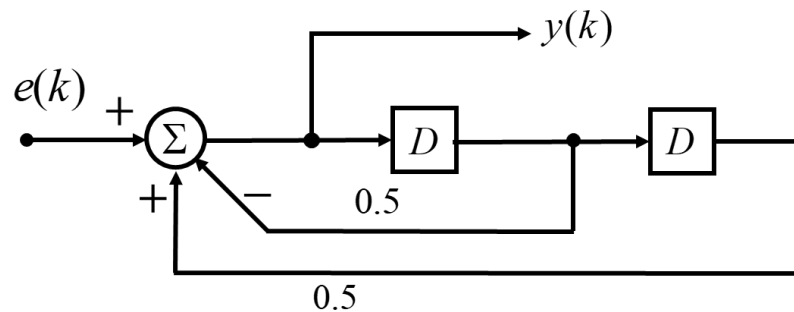
- 确定待定系数 C_i ：由**零状态初始条件** $h(0), h(1), \dots, h(n-1)$ 确定。

在 $h(-1) = h(-2) = \cdots = h(-n) = 0$ 时，通过**差分方程的迭代**求得。

- 方程右侧是 **$\delta(k)$ 及其移位的线性组合**：可利用LTI性质求解。

例题4

已知某LTI离散系统的系统框图如图，试求单位序列响应 $h(k)$ 。



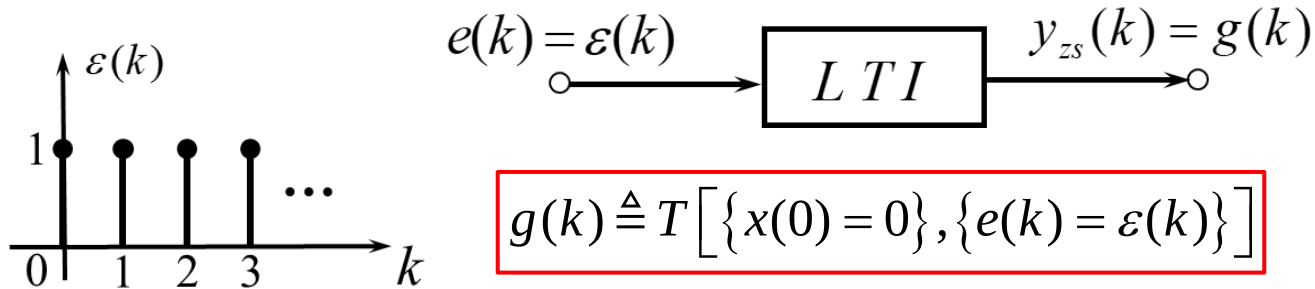
例题5

某离散系统的差分方程为 $y(k) + 5y(k-1) + 6y(k-2) = e(k) - 3e(k-2)$
试求系统的单位序列响应 $h(k)$ 。

■ 单位阶跃响应 $g(k)$

单位阶跃响应的定义

激励为单位阶跃序列 $\varepsilon(k)$ 时，LTI系统的零状态响应称为单位阶跃响应，记为 $g(k)$ 。



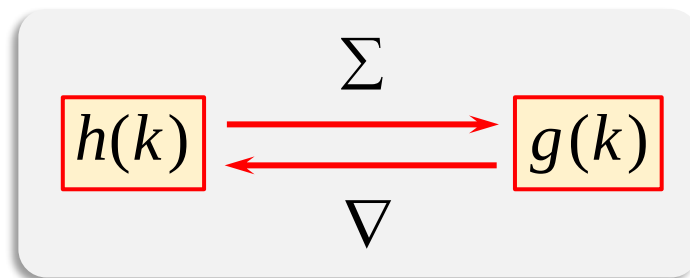
需注意的是，此处对应**非齐次方程**，因此单位阶跃响应可能包含有**特解**，按照分析零状态响应的一般思路去求解就可以。

例题6

某LTI离散系统的差分方程为 $y(k) - y(k-1) - 2y(k-2) = e(k)$ ，试求系统的单位阶跃响应 $g(k)$ 。

■ $h(k)$ 与 $g(k)$ 的关系

$$\begin{array}{ccc} \delta(k) = \varepsilon(k) - \varepsilon(k-1) & \varepsilon(k) = \sum_{i=-\infty}^k \delta(i) & \\ \downarrow \text{系统} & \downarrow \text{系统} & \\ h(k) = g(k) - g(k-1) & g(k) = \sum_{i=-\infty}^k h(i) & \end{array}$$



说明

单位序列响应完全由系统差分方程决定，可表征系统特性，可以用 $h(k)$ 和 $g(k)$ 表征系统，并判断系统的因果性、稳定性等特性。

例题7

- 1) 已知某LTI离散系统的单位序列响应为 $h(k) = \left[\frac{1}{3}(-1)^k + \frac{2}{3}(2)^k \right] \varepsilon(k)$,
试求该系统的单位阶跃响应 $g(k)$;
- 2) 已知某LTI离散系统的单位阶跃响应为 $g(k) = 2^k \varepsilon(k)$, 试求该系统的
单位序列响应 $h(k)$ 。

5.4 卷积和

卷积和的定义

卷积和的求解

卷积和的性质

■ 卷积和的定义

卷积和的定义式

$$f_1(k) * f_2(k) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f_1(n) f_2(k-n)$$

对定义式的说明

- 这个求和式中， n 是为了防止变量混淆而虚设的求和变量
- 卷积和的最终结果是一个新的离散序列，自变量仍然为时间 k
- 卷积和实质上是一个关于移位量 k 的离散时间序列

直观理解：上式对 n 求和，最后剩下的变量是 k 。

■ 卷积和的求解

解析法

$$f_1(k) * f_2(k) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f_1(n) f_2(k-n)$$

变量置换: $f_1(k), k \rightarrow n$ $f_2(k), k \rightarrow k-n$

相乘求和: 求和变量为 n , 结果为关于 k 的序列。

关键: 依据序列的形式确定求和范围, 从而确定卷积和的信号形式

➤ 若 $f_1(k)$ 是因果序列, 即 $f_1(k) = 0, k < 0$, $f_2(k)$ 不受限制, 则:

$$f_1(k) * f_2(k) = \sum_{n=0}^{+\infty} f_1(n) f_2(k-n) \quad n \geq 0$$

➤ 若 $f_2(k)$ 是因果序列, 即 $f_2(k) = 0, k < 0$, $f_1(k)$ 不受限制, 则:

$$f_1(k) * f_2(k) = \sum_{n=-\infty}^k f_1(n) f_2(k-n) \quad k-n \geq 0 \Rightarrow n \leq k$$

➤ 若 $f_1(k), f_2(k)$ 均为因果序列, $f_1(k) = f_2(k) = 0, k < 0$, 则:

$$f_1(k) * f_2(k) = \sum_{n=0}^k f_1(n) f_2(k-n) \quad n \geq 0, k-n \geq 0 \Rightarrow 0 \leq n \leq k$$

例题8 求解下列卷积和。

1) $\varepsilon(k) * \varepsilon(k)$

2) $a^k \varepsilon(k) * b^k \varepsilon(k)$

3) $a^k \varepsilon(k) * \varepsilon(k-4)$

4) $0.5^k \varepsilon(k) * 1$

5) $0.5^k \varepsilon(k) * \varepsilon(1-k)$

注意： 求和区间的确定（ n 的范围），求得卷积和后序列的范围。

■ 卷积和的求解

图解法

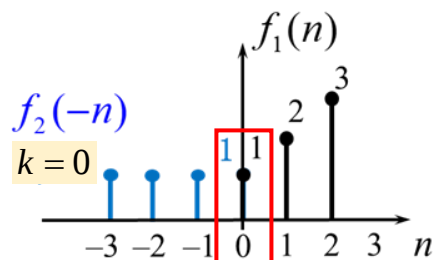
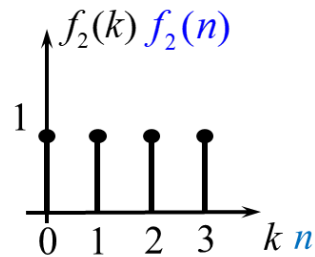
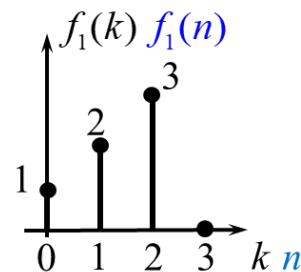
$$f_1(k) * f_2(k) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f_1(n) f_2(k-n)$$

- **变量置换：** $f_1(k) \rightarrow f_1(n)$, $f_2(k) \rightarrow f_2(n)$ ，作出 $f_1(n)$, $f_2(n)$ 的波形；
- **序列反折：** $f_2(n) \rightarrow f_2(-n)$ ，即作出 $f_2(n)$ 关于纵轴反折后的波形；
- **序列移位：** $f_2(-n) \rightarrow f_2(k-n)$ ，即将 $f_2(-n)$ 沿着 n 轴平移一个 k 值，得到 $f_2(k-n)$ ： $k < 0$ 时左移， $k > 0$ 时右移；
- **序列相乘：** 将移位后的序列 $f_2(k-n)$ 与 $f_1(n)$ 相乘，得到卷积和的求和函数 $f_1(n) f_2(k-n)$ ；
- **进行求和：** 若 $f_1(n)$ 与 $f_2(k-n)$ 序列有重叠，则卷积和为 $f_1(n) f_2(k-n)$ 在重叠区间的求和；若序列波形无重叠，则卷积和为0；
- **时间遍历：** 令 k 在 $(-\infty, +\infty)$ 内变化，重复以上步骤，解出卷积和。

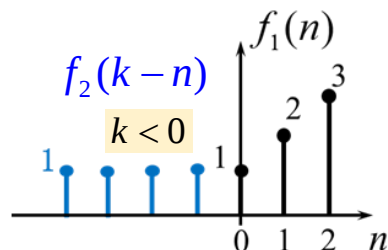
例题9

用图解法求解 $f_1(k) = (k+1)[\varepsilon(k) - \varepsilon(k-3)]$

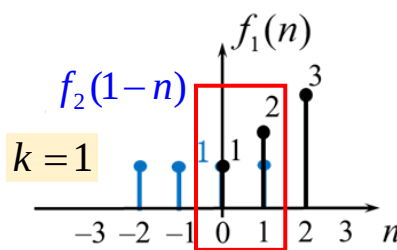
和 $f_2(k) = [\varepsilon(k) - \varepsilon(k-4)]$ 的卷积和。



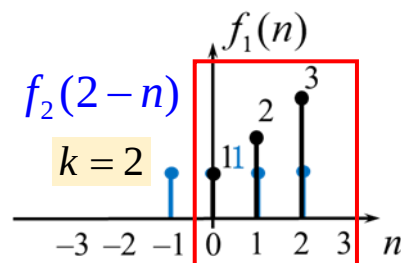
$$f(0) = 1 \times 1 = 1$$



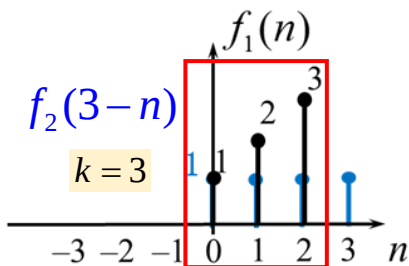
$$f(k < 0) = 0$$



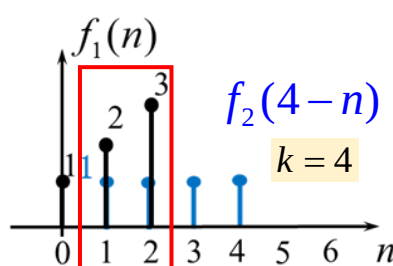
$$f(1) = 1 \times 1 + 1 \times 2 = 3$$



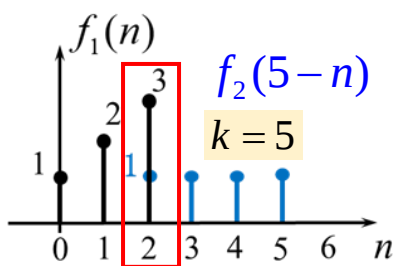
$$f(2) = 1 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 3 = 6$$



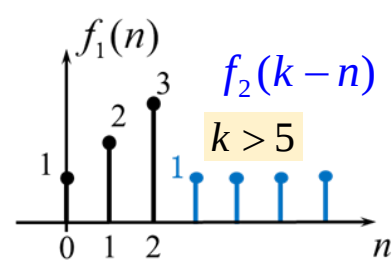
$$f(3) = 1 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 3 = 6$$



$$f(4) = 1 \times 2 + 1 \times 3 = 5$$



$$f(5) = 1 \times 3 = 3$$

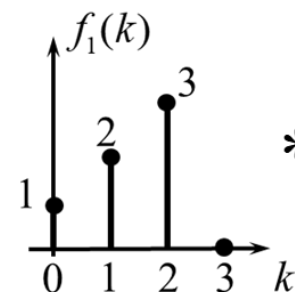


$$f(k > 5) = 0$$

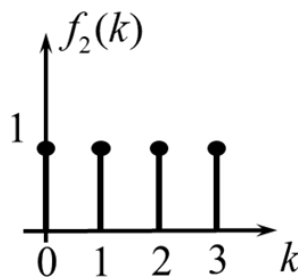
$$\text{解得卷积和 } f(k) = f_1(k) * f_2(k) = \left\{ \cdots, 0, \underset{k=0}{\uparrow} 1, 3, 6, 6, 5, 3, 0, \cdots \right\}$$

例题9

$$f(k) = f_1(k) * f_2(k) = \left\{ \cdots, 0, \underset{k=0}{1}, 3, 6, 6, 5, 3, 0, \cdots \right\}$$

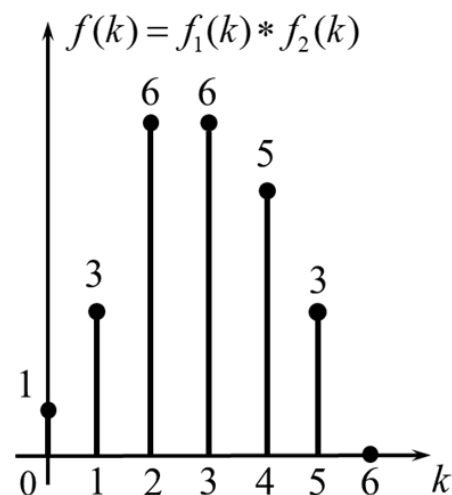


非零长度为3
($k=0 \sim 2$)



非零长度为4
($k=0 \sim 3$)

=

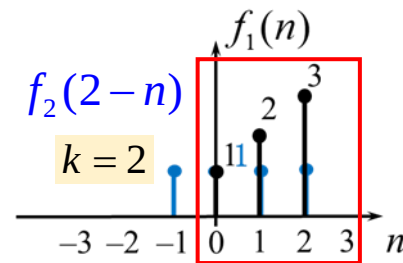


非零长度为6 ($k=0 \sim 5$)

■ 小结：有限长序列卷积和的特点

- 1) $f_1(k)$ 长度为 N_1 ， $f_2(k)$ 长度为 N_2 ，则 $f_1(k) * f_2(k)$ 的长度为 $N = N_1 + N_2 - 1$ ；
- 2) $f_1(k) * f_2(k)$ 的时域范围为两序列的时域范围之和；
- 3) 图解法便于求卷积和在 k 取特定时刻的值，如：

$$f(2) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f_1(n) f_2(2-n) = 1 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 3 = 6$$



■ 卷积和的求解

不进位乘法

适用于有限长序列的卷积和

将序列以对位排列的方式代替，然后分别相乘，不进位求和。用
口诀总结：“排两行，右对齐，相乘相加不进位，初始位置要注意”。

例题10 已知 $f_1(k) = \{\dots, 0, 3, \underset{k=0}{1}, 4, 2, 0, \dots\}$, $f_2(k) = \{\dots, 0, \underset{k=0}{2}, 1, 5, 0, \dots\}$

求卷积和 $f_1(k) * f_2(k)$ 。

$$\begin{array}{cccc}
 & & k=0 \\
 & & \downarrow \\
 & 3 & 1 & 4 & 2 \\
 & & 2 & 1 & 5 \\
 & & \uparrow \\
 & & k=0 \\
 \hline
 & 15 & 5 & 20 & 10 \\
 & 3 & 1 & 4 & 2 \\
 6 & 2 & 8 & 4 & \\
 \hline
 6 & 5 & 24 & 13 & 22 & 10 \\
 & \uparrow \\
 & k=0
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{验算} \\
 \rightarrow \text{相加 } 10 \} \times = 80 \\
 \rightarrow \text{相加 } 8 \}
 \end{array}$$

$$f(k) = f_1(k) * f_2(k) = \left\{ \cdots, 0, 6, \underset{k=0}{5}, 24, 13, 22, 10, 0, \cdots \right\}$$

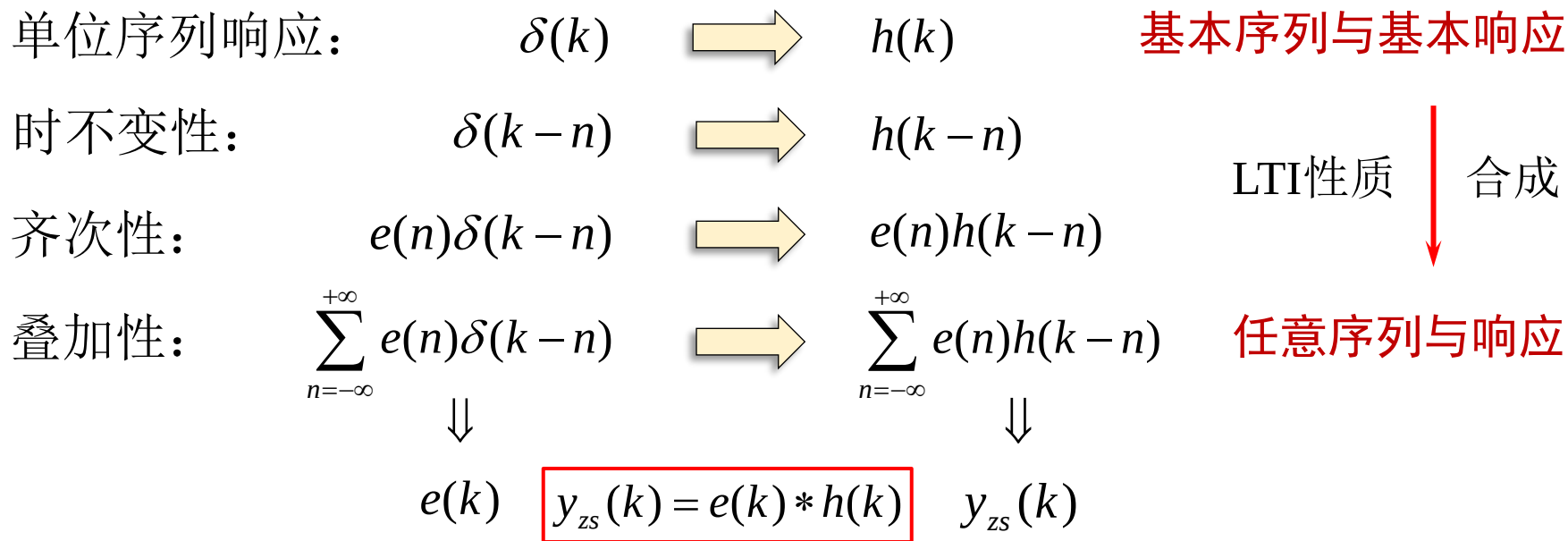
■ 卷积和的性质

➤ 任意序列的分解 $f(k) = f(k) * \delta(k)$

$$f(k) = \cdots + f(-1)\delta(k+1) + f(0)\delta(k) + f(1)\delta(k-1) + \cdots = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n)\delta(k-n)$$

任意序列可以用一系列单位序列及其移位信号的线性组合表示

➤ 借助单位序列响应与卷积和求解系统的零状态响应



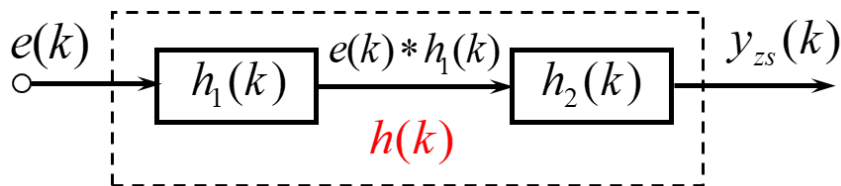
LTI离散系统零状态响应等于激励序列与系统单位序列响应的卷积和。

■ 卷积和的性质

代数性质

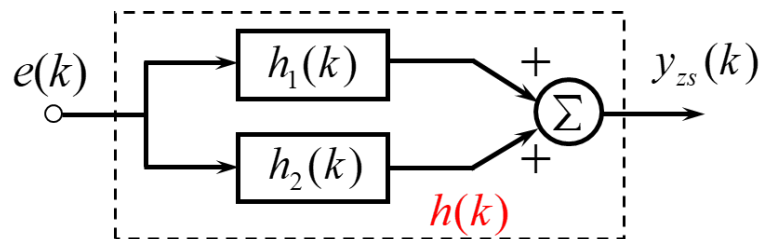
- 交换律 $f_1(k) * f_2(k) = f_2(k) * f_1(k)$
- 分配律 $f_1(k) * [f_2(k) + f_3(k)] = f_1(k) * f_2(k) + f_1(k) * f_3(k)$
- 结合律 $f_1(k) * [f_2(k) * f_3(k)] = [f_1(k) * f_2(k)] * f_3(k)$

复合系统的单位序列响应



$$h(k) = h_1(k) * h_2(k)$$

n 个**级联子系统**的等效单位序列响应为
 n 个子系统**序列响应卷积和**



$$h(k) = h_1(k) + h_2(k)$$

n 个**并联子系统**的等效冲激响应为
 n 个子系统**序列响应之和**

■ 卷积和的性质

移位性质 设 $f(k) = f_1(k) * f_2(k)$

$$f_1(k) * f_2(k - k_1) = f_1(k - k_1) * f_2(k) = f(k - k_1)$$

$$f_1(k - k_1) * f_2(k - k_2) = f_1(k - k_2) * f_2(k - k_1) = f(k - k_1 - k_2)$$

参与卷积和的两个序列，有一个移位，整体就会产生相同的移位

例题11 已知 $f_1(k) = \left(\frac{1}{2}\right)^k \varepsilon(k+2)$, $f_2(k) = \varepsilon(k-3)$

且 $f(k) = \left(\frac{1}{2}\right)^k \varepsilon(k) * \varepsilon(k) = 2 \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1} \right] \varepsilon(k)$, 求卷积和 $f_1(k) * f_2(k)$ 。

■ 卷积和的性质

特殊序列的卷积特性

➤ 单位序列的卷积和

$$\begin{cases} f(k) * \delta(k) = \delta(k) * f(k) = f(k) \\ f(k) * \delta(k - k_1) = \delta(k - k_1) * f(k) = f(k - k_1) \end{cases}$$

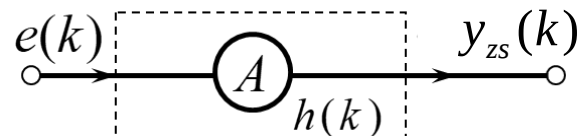
序列卷积单位序列等于其本身，卷积移位的单位序列等于序列本身进行移位：
重现性质。

➤ 阶跃序列的卷积和

$$f(k) * \varepsilon(k) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n) \varepsilon(k - n) = \sum_{n=-\infty}^k f(n)$$

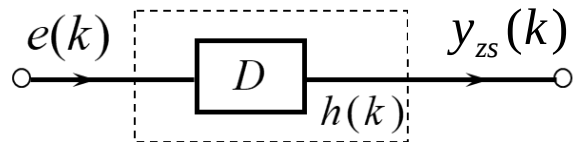
序列与阶跃序列卷积，相当于对序列变上限求和

常用子系统的 $h(k)$



$$h(k) = A\delta(k)$$

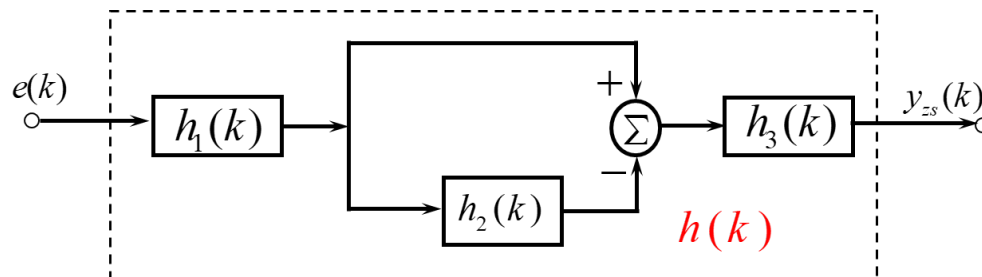
直通通路: $h(k) = \delta(k)$



$$h(k) = \delta(k - 1)$$

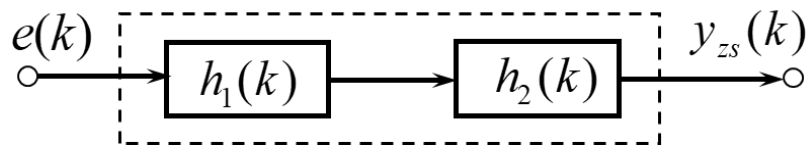
例题12

如图所示系统由几个子系统组合而成，各子系统的单位序列响应分别为 $h_1(k) = \cos \pi k \varepsilon(k)$, $h_2(k) = \delta(k-2)$, $h_3(k) = \delta(k-1)$ ，试求系统总的单位序列响应 $h(k)$ 。



例题13

如图所示系统，子系统的单位序列响应分别为 $h_1(k) = 2 \cos\left(\frac{\pi k}{4}\right)$, $h_2(k) = a^k \varepsilon(k)$, 激励信号 $e(k) = \delta(k) - a\delta(k-1)$, 求零状态响应 $y_{zs}(k)$ 。



信号与系统

本章结束，谢谢

主讲人：张锦皓 Roger

课件制作：张锦皓 Roger